

Introduction à l'homologie simpliciale

Matthew Jackson

16 Mai 2024

Résumé

L'homologie représente une des idées majeures qui ont traversé le XXe siècle mathématique. Elle est une méthode générale permettant d'associer des objets algébriques (comme des groupes ou des modules) à d'autres objets mathématiques (comme des espaces topologiques, des variétés complexes, ...). La définition des groupes d'homologie est motivée par l'idée que l'on peut distinguer deux espaces topologiques en regardant leurs "trous". Par exemple, un cercle se distingue d'un disque car le cercle est traversé par un trou alors que le disque est plein. De même, une sphère se distingue d'un disque car une sphère "contient" un espace intérieur alors que le disque n'en contient pas.

Je présenterai une théorie homologique particulière, appelée homologie simpliciale, dans laquelle on considère des espaces topologiques appelés complexes simpliciaux et on leur associe des groupes abéliens. Après avoir défini l'homologie simpliciale, nous verrons qu'elle est un invariant topologique et nous calculerons les groupes d'homologie de certains espaces. S'il reste du temps, nous regarderons comment l'homologie permet de démontrer le théorème du point fixe de Brouwer.